

Arhe X, 19/2013
UDK 510. 63 : Mill
165. 64
Originalni naučni rad
Original Scientific Article

GORAN RUJEVIĆ¹
Novi Sad

LOGIČKI ELEMENTI EMPIRIJSKE MATEMATIKE DŽONA STJUARTA MILA

Sažetak: U ovom članku se ispituje odnos logičkih i matematičkih elemenata u empirističkoj doktrini Džona Stjuarta Mila kako je ona izložena u njegovom *Sistemu logike*. U svom razumevanju logike kao nauke o ljudskom naučnom znanju zasnovanom na iskustvu, Mil je zamenio ideju opšteg pojma idejom partikularnog imena i njegove konotativne i denotativne definicije, te je proces induktivnog zaključivanja pretpostavio procesu deduktivnog zaključivanja time što je ovaj prvi postavio kao preduslov za ovaj drugi. Ovo uspostavljanje pojedinačnog kao osnove sveg znanja nužno povlači za sobom preispitivanje statusa matematičkog znanja. U Milovom sistemu, matematičke definicije samo su hipotetička imena, a matematički postulati generalizacije iz sveg iskustva. U tom pogledu, ne može biti reči o nekoj posebnoj matematičkoj metodi, a matematika se može zvati fundamentalnom samo utoliko što se bavi odnosima koji postoje među apsolutno svim stvarnim predmetima, a ne zato što su te pravilnosti izraz apriornih istina koje su nužno i univerzalno istinite.

Ključne reči: definicija, empirizam, ime, indukcija, logika, matematika

UVOD

Sistem logike Džona Stjuarta Mila je sistem empirijskog modusa ljudskog mišljenja, koji svoj sistemski domašaj prenosi i na one načine mišljenja koji se tradicionalno ne svrstavaju u teoretske okvire ljudske delatnosti. Njegov projekat se, međutim, ne sme shvatiti kao apsolutizujuć pokušaj redukcije svega na logičke osnove iz kojih bi se, potom, sve moglo na nužan način izvesti, jer to bi upravo bilo suprotno onome za šta se Mil zalagao. Naprotiv, sadržajnu inkluziju etike, estetike i istorije koju je Mil sproveo u 6. knjizi svog *Sistema logike* ne prati ontološka pretpostavka njihove metafizičke osnovanosti u nekakvoj iza-prirodnoj nauci logike, već prećutna metodološka pretpostavka da su sve nauke u svojoj suštini **specifično** ljudske nauke, te u biti određene onim što je specifično ljudski način mišljenja. Milov interes bio je normiranje naučne upotrebe uma, ukoliko je u pitanju ljudska nauka, i stoga je njegov postupak bio dvostruko određen: prvo svojim ishodištem – pretpostavka o onome specifično ljudskom se uzima u svom izrazito psihologističkom tumačenju, dakle uz empirijsko-fenomenološko kon-

¹ e-mail adresa autora: zauberberg.ns@gmail.com

statovanje osobnosti ljudskog mišljenja, ali bez pretenzija na utvrđivanje bilo kakve transcendentalne strukture u istom; drugo određenje je sam cilj projekta – od svih vidova ljudskog mišljenja, Mil je razvio svoj sistem prevashodno radi znanja, čime to znanje treba da postane nauka. Ova fokusiranost na naučno znanje, gde se pod naučnim misli znanje dobijeno uopštavanjem iz iskustva, tekovina je empirijske filozofije još od njenih početaka u misli Frensis Bekona. Hegel je o tome posvedočio upravo govoreći o Bekonovoj filozofiji: „Postala je tendencija vremena i engleskog umovanja po kojoj treba polaziti od činjenica i na osnovu njih rasuđivati“², kao i nešto kasnije, kada je reči bilo o Loku: „Nauke uopšte, a naročito empiričke nauke imaju da zahvale za svoj postanak tome toku stvari. Filozofirati znači kod Engleza iz posmatranja izvoditi iskustva“³. Ova određenja, iako izvorno upućena Milovim prethodnicima, sasvim odgovaraju i njegovoj filozofiji. Usled svega toga, njegov sistem logike se mora shvatiti i kao logički i kao psihološki i kao metodološki sistem, s tim da ova tri opisa ujedno predstavljaju i njegove granice. Milov generalni stav o odnosu onog logičkog, naučnog, psihološkog i metodološkog najuočljiviji je upravo na primeru njegovog pozicioniranja matematike spram logike, a u kontekstu ljudskog naučnog mišljenja.

ELEMENTI LOGIKE

Milovom učenju ne odgovara definicija logike po kojoj je ona nauka o zaključivanju, niti definicija logike kao nauke o potrazi za istinom; prva je odveć uska jer u sebe ne uključuje problematiku imenovanja, denotacije i konotacije, druga je odveć obuhvatna jer postoje oblici istine koji nikako ne mogu da se uključe u opšti sistem logike (na primer, istine intuicije). Predlog koji je Mil eksplicitno naveo, da je logika nauka o inferenciji, takođe nije idealno rešenje, te se on eventualno odlučio za sledeće određenje: „Ona [logika] ne uči da neka pojedinačna istina dokazuje neku drugu, već ističe pod kojim uslovima moraju stojati sve činjenice, kako bi mogle dokazivati druge činjenice... U ovom smislu je logika, kako su to učenjaci i Bekon izražajno nazivali, *ars artium*; nauka same nauke“⁴. Logika, dakle, nije partikularna oblast znanja, nego nauka koja opstoji paralelno sa znanjem i u njoj je eksplicitno iskazano ono čime to znanje prelazi u nauku.

Iz samog shvatanja definicije u Milovoj logici, pokazuje se u kojoj meri se njegovo logičko učenje oslanjalo na nauku o jeziku. Pri tom ne treba zaboraviti da je Milovo shvatanje definicije samo jedan deo njegovog celokupnog logičkog sistema, te da je ono određeno još mnogim drugim parametrima, a najviše parametrima same delatnosti suđenja. „Kakav god stav se zauzme o suđenju, on mora uticati na ideju definicije; jer domet definicije je, u svakom slučaju, ograničen dometom suđenja, s obzirom na to da uvek definišemo sudeći“⁵. Dva su, stoga, obzira spram kojih možemo neki iskaz sma-

² Hegel, G. V. F., *Istorija filozofije III*, Kultura, Beograd, 1970., str. 215

³ *Ibid.*, str. 337

⁴ Mill, J. S., *A System of Logic Ratiocinative and Inductive, volume I*, University of Toronto Press, Toronto, 1974., str. 10

⁵ Charles, D., *John Stuart Mill; a Study of his Philosophy*, William Blackwood and Sons, Edinburgh, 1895., str. 34-35

trati definicijom. Prvi obzir je prosto metajezličko određivanje značenja reči, odnosno, Milovim rečima, određivanje značenja ili konkretne denotacije reči, pošto ono što nema značenje, ne može ni da ima definiciju. U ovom obziru, definicija je logičko/metajezičko sredstvo koje je pretpostavljeno bilo kakvoj upotrebi reči i njom se jednoznačno uređuje odnos između označenog i označitelja. Mil je, međutim, zaključio da denotativni moment definicije nije pogodno tlo za razvijanje logičke teorije, jer, uzimajući reči samo u njihovoj denotaciji, direktnom označavanju, svaka reč i svaki pojam bi se sveli na logički nivo ličnog imena, koje je po sebi samo jedna puka oznaka, sasvim proizvoljno pridružena izvesnom predmetu. Naime, u denotaciji reči i pojma ključno je samo određenje šta je čemu pripisano, a ne i kakvo je ono. Sa te strane, lična imena, kao i definicije uzete samo u denotativnom obziru, izjednačavaju se sa logičkim statusom ostenzivnih iskaza o predmetima, pošto one samo „iskazuju o“ nečemu, a ne nužno „iskazuju suštinu o“ tome. Iskazati suštinu znači povezati sa rečju ili pojmom još nešto sem pukog predmeta, još neki sadržaj čijim iskazivanjem može da se obogati korpus znanja o pridruženom predmetu. Za suštinu je, onda, neophodna konotacija.

Upravo je konotacija onaj drugi obzir spram kog je Mil razmatrao definiciju. I u ovom obziru Mil je često zapadao u polja metajezika, tako da se ispostavlja da se njegovo celokupno učenje o definiciji svodi na učenje o definiciji reči, umesto na učenje o definiciji pojma. Razlika između ova dva koncepta više je nego ključna, jer pojam je po sebi misao, odnosno, misaoni sadržaj, dok je reč samo oznaka izvesnog misaonog sadržaja koja se upotrebljava radi ospoljenja unutrašnjeg sadržaja svesti, bilo radi komunikacije, bilo radi pamćenja ili nečeg trećeg. U Milovom sistemu, definicija konotativnog imena je stav kojim se iskazuju *sve* konotacije koje se pripisuju uz to ime. Ovakve definicije, iako nezgrapne, odveć tehničke, a ponekad i fizički neizrecive, ipak imaju tu prednost da su samim tim i apsolutno iscrpne. Mil ih je podelio u dve vrste, direktne i indirektno, između kojih je razlika, iako samo formalna, ipak veoma značajna, s obzirom na to da je direktna iscrpna konotativna definicija iskazana očevidno metajezlički (na primer – „čovjek je reč koja konotira takve i takve odredbe“), dok je u indirektnoj definiciji ova forma skrivena („čovjek je takav i takav“). Naspram ovih (nepraktičnih) iscrpnih definicija jedina alternativa su definicije sa delimičnom konotacijom, u kojima se, umesto pobrojavanja svih konotacija uz neko ime, naprosto pronalazi neka druga oznaka istih konotacija. Ovakva definicija, pak, rizikuje da bude proizvoljna i nekompletna, a Mil je smatrao da je standardni proces definisanja putem najbližeg roda i specifične razlike samo jedan od načina da se ta parcijalnost izbegne. Sa tog aspekta, definicija bi trebalo da bude zbir *samo suštinskih iskaza*, premda za Mila nije mogao da postoji nikakav apriorni kriterijum onoga što je suštinsko, te je postupak definisanja zapravo postupak upoređivanja i analize datog sadržaja saznanja. Samim tim, definisati se može sve ono čiji se sadržaj može analizirati, što će reći da su jedine stvari koje ne podležu definiciji one koje su poslednje u analizi, a prve u saznanju – neposredni fenomeni u svesti, koji se u tom pogledu nikako ne razlikuju od ličnih imena.

Milovo tretiranje logičkog pojma koje se može iščitati iz njegovog shvatanja definicije u potpunosti je u empirističkom i pragmatičkom duhu. Jedini mogući sadržaj i izvor pojma jesu pojedinačnosti (iz iskustva), čije definicije nisu ništa drugo do praktična uputstva za imenovanje stvari, u kom slučaju to nije definicija koja sadrži suštinu pojma,

već suštinu reči. Sa druge strane, u jedinom slučaju kada se kod Mila definicija približava tradicionalnom logičkom značenju, ona se opet utapa u pojedinačnosti, pošto u sebi sadrži sve odredbe stvari, čime sigurno nije definicija *suštine* pojma, već opis stvari. Logička definicija se tako kod Mila svodi na jezičku definiciju, a logički pojam na jezičko ime.

Ovakvo shvatanje definicije odredilo je Mila da zauzme specifičnu poziciju spram pitanja odnosa realnih definicija (definicija koje iskazuju suštinu stvari) i nominalnih definicija (definicija koje određuju značenje i upotrebu reči), a to je da je on priznao mogućnost postojanja samo ovih potonjih. Naime, svaka takozvana realna definicija, sem značenja reči u sebi sadrži i implicitnu tvrdnju o realnom stanju stvari onoga što je sadržaj definicije. „Ova skrivena tvrdnja nije definicija, već postulat. Definicija je samo stav identiteta, koji daje samo informacije o upotrebi jezika i iz kog se nikakav zaključak o stanju stvari ne može izvesti. Prateći postulat, s druge strane, ... tvrdi stvarno ili moguće postojanje stvari koje poseduju sklop atributa iznetih u definiciji“⁶. Zato podela definicija na realne i nominalne nije nikakva podela, zato što se njome ne dele definicije, već postulati i definicije, odnosno prividne definicije i definicije *proper*. Ove lažne definicije Mil je još nazivao i geometrijskim definicijama; pošto je geometrija nauka za čiji korpus znanja se smatra da počiva *isključivo* na prvobitnim aksiomima i definicijama, očito je da za jednu takvu nauku nominalne definicije ne predstavljaju valjanu bazu, pošto se iz njih ne može zaključiti ništa drugo sem značenja reči. „Možete sakupiti milion takvih [definicija], a um bi ostao potpuno prazan – kao da ste pročitali rečnik, a da niste stekli nikakvo znanje“⁷. Zato svaka definicija koja se upotrebljava u nauci geometrije mora da sadrži tvrdnju postojanja stvari koja se definiše, što na kraju znači da u osnovi geometrije, pored definicija, moraju da postoje i postulati. Doista, geometrijski aksiomi i postulati mogu se shvatiti kao principi konstrukcije definisanih geometrijskih entiteta, čime je obezbeđena makar mogućnost postojanja onoga što je definicijama imenovano. No, nameće se pitanje o suštinskom karakteru te mogućnosti – u stvarnom svetu svakako ne postoji nešto što u potpunosti može odgovarati odredbi kruga, ali, sa druge strane, ne može se tako lako prihvatiti ni tvrdnja da je čitava geometrija prazna i bespredmetna, tako da se Mil našao pred neophodnošću da iznova razmotri prirodu i položaj geometrije (zapravo matematike uopšte) u sistemu ljudskog znanja, što će na kraju rezultirati veoma specifičnom pozicijom koju će matematika morati zauzeti unutar Milovog sistema logike.

Same definicije nisu, strogo uzevši, pravi predmet nauke logike, zbog toga što su one tvrdnje koje su proizvoljne, i, samim tim, nisu sposobne za istinitost i lažnost⁸. Tek tvrdnje koje su iskazi su podložne dokazivanju i pobijanju, te čine suštinski deo logike. Ovakav sled tema sasvim odgovara tradicionalnoj strukturi formalne logike kao nauke o pojmu, sudu i zaključku, i doista: „U prve dvije knjige, gde se bavi imenima, iskazima i zaključivanjem, Mil daje sistematičan prikaz formalne logike umjesto da je ignoriše sa prezirom kao što je to većina njegovih empirističkih prethodnika uradila“⁹. Pa ipak,

⁶ Mill, J. S., *A System of Logic Ratiocinative and Inductive, volume I*, str. 144.

⁷ Taine, H., *A study on John Stuart Mill*, Williams and Norgate, London, 1873., str. 27

⁸ Stebbing, W., *Analysis of Mr. Mill's System of Logic*, Longmans, Green, and Co., London, 1888., str. 35

⁹ Nil, V. i M., *Razvoj logike*, Jasen, Beograd, 2011., str. 335

Milov sistem nije bio klasičan formalni sistem logike. Na primer, on je smatrao da je neophodno uspostaviti razliku između pravih i nepravih zaključaka – zaključak je po svojoj prirodi oblik mišljenja kojim date inicijalne stavove, putem strogo određenih pravilnosti, transformišemo u nove istine koje pre toga nikako nisu postojale u datim stavovima. Nepravi su oni zaključci u kojima je transformacija samo prividna, odnosno, u kojoj ne dolazi do stvaranja novog sadržaja, već samo do iskazivanja istog sadržaja kroz drugačije oznake. U nepravne zaključke time spadaju svi vidovi prostih zaključaka, kao i svi analitički, objašnjavački sudovi koji samo na jasniji način iskazuju ono što je u nekom iskazu manje očigledno. Sa druge strane, Mil je o pravim zaključcima tvrdio sledeće: „Zaključivanje u širem smislu u kom ja upotrebljavam ovaj termin, i koji je onda sinoniman sa inferencijom [izvođenjem], se uglavnom deli na dve vrste: zaključivanje od pojedinačnosti ka opštostima, i zaključivanje od opštosti ka pojedinačnostima; prvo se zove indukcija, a drugo raciosinacija ili silogizam¹⁰. Razmatranju indukcije svakako pripada najveći deo Milove logike, no i njegovi uvidi u prirodu silogizma su veoma specifični. Naime, on je smatrao da je efektivno moguće samo zaključivanje od pojedinačnosti ka pojedinačnostima, te da svako naše znanje, koliko god mi njega smatrali za opšte i sigurno, je i samo nekada bilo rezultat asocijacije prvobitnih pojedinačnih predstava. Dakle, Mil je uzdizao psihološku činjenicu pojedinačnosti svakog znanja u svesti subjekta do nivoa mere logičke prirode procesa zaključivanja. Kako se, onda, takvo učenje može izmiriti sa činjenicom postojanja opštih iskaza? Za Mila, oni nisu bili ništa drugo nego rezimei, priručna podsećanja na prethodne i ranije izvedene pojedinačne zaključke, a logički proces silogističkog mišljenja time je dobio interpretativnu ulogu: „Opšti iskazi su samo zapisi već izvršenih isvođenja, ali i kratke formule za njihovo dalje proizvođenje... Na osnovu tih zapisa mi možemo da izvodimo zaključke: što je, na kraju krajeva, zaključivanje iz zaboravljenih činjenica. Zbog toga je ključno da možemo ispravno pročitati taj zapis: a pravila silogizma su upravo skup predostrožnosti kojima se osigurava da ćemo do dobrog tumačenja uistinu doći¹¹. Proces silogističkog rezonovanja je, dakle, samo sekundarni kontrolni mehanizam, sam po sebi podređen primarnom procesu sticanja saznanja kroz asociiranje opažaja. Ovim potezom Mil je rešio i vekovno pitanje da li je silogizam *petitio principii* prostim diskvalifikovanjem silogizma kao samostalnih forme zaključivanja. Takođe, time je ukazao na suštinsku razliku između njegovog sistema i sistema formalne logike: „Logika u širem značenju, logika kako je ja poimam, je celokupna teorija utvrđivanja istine zaključivanjem. Formalna logika je, time,... njen podređeni deo kog se izravno ne tiče proces zaključivanja u smislu u kom je taj proces deo ispitivanja istine¹². Formalna logika se bavi iskazima, njihovim transformacijama kao i silogističkim zaključcima, a cilj koji ona želi postići nije istina, već konzistentnost, što predstavlja legitimnu primedbu, s obzirom na to da su mogući konzistentni sistemi koji nisu istiniti, dok istinit sistem nužno mora biti konzistentan. Logika istine, pak, pod svoje okrilje obuhvata još i razmatranja imena i definicija, kao i procesa imenovanja i definisanja, i to sa naglaskom na njihovoj konkretnoj procesualnosti u kon-

¹⁰ Mill, J. S., *A System of Logic Ratiocinative and Inductive, volume I*, str. 162

¹¹ *Ibid.*, str. 193

¹² *Ibid.*, str. 206

kretnoj svesti (i u smislu njihove geneze i u smislu njihove upotrebe), čime se iznova ističe da je Milov sistem logike sistem empirijskog modusa mišljenja, kao i da je pri tom neodvojiv od suštinski psihološkog pristupa. Ovim se, međutim, otvara jedan novi problem koji se tiče činjenice postojanja nauka čija je istinitost najuže bila vezana za silogističko zaključivanje. Te nauke još su poznate i kao deduktivne nauke, i njihovi predstavnici su matematičke nauke geometrije, aritmetike i algebre. Pitanje koje se sada nameće jeste kakva je njihova priroda, odnosno, koje mesto one zauzimaju unutar Milovog sistema logike?

ELEMENTI EMPIRIJSKE MATEMATIKE

Milovo učenje o matematici tiče se prevashodno pitanja o logici matematičkog saznanja, a ne o logici matematičkog znanja. Vilijem Kortni je prepoznao da se vodeća pitanja Milovog shvatanja matematike tiču pitanja nužnosti zaključaka matematičkog mišljenja, te njihovog aksiomatskog opravdavanja. „Nužnost za njega [Mila] jeste nužnost i izvesnost izvođenja – ne izvesnost ili nužnost istine. Drugim rečima, taj pojam se može primeniti na proces rezonovanja, ali ne i na *a priori* uslove rezonovanja¹³. Dakle, vodeća pitanja su uvek ona koja nauku matematike razmatraju u njenoj obrazujućoj procesualnosti, u njenoj individualnoj genezi unutar pojedinačnog sazajnog subjekta, i iz tog razloga je i ovde upliv psihologije neizbežan. To se izvrsno očituje i na prvom predpovmu kog je Mil analizirao pre ispitivanja pozicije „deduktivnih“ nauka – konceptu lanca zaključivanja. Pod lancima zaključivanja Mil je mislio nadovezujuće nizove induktivnih inferenci, nizove izvođenja, koje on nije proučavao zbog njihovih formalnih karakteristika, već zbog njihove funkcije u konkretnom procesu saznanja. Analizom svakog lanca zaključivanja dolazi se do toga da su „istinske premise pojedinačni opažaji, čak i ukoliko su isti zaboravljeni ili, ukoliko su opažaji drugih a ne nas samih, nam inače nikada ne bi bili poznati“¹⁴. Pošto Mil isključivo dopušta postojanje empirijskog opažaja, ključno je to da se svaki posredan zaključak eventualno mora moći svesti na spoznaju *iz konkretnog iskustva*. Svaki od tih pojedinačnih događaja morao se jednom istorijski desiti, i u tom konkretnom trenutku on je činio deo jednog prostog induktivnog zaključka; s vremenom bi se te indukcije topički okupljale i iz toga su se izrodili prvi lanci zaključivanja. Razlog postojanja tih lanaca je strogo psihološke prirode – blagodareći nesavršenostima ljudskoga uma koje se ogledaju kako u ograničenoj količini opažaja koje u jedno vreme može u sebi držati (nesavršeno pamćenje), tako i u nemogućnosti da posedujemo opažaje drugih (ekskluzivnost sazajne pozicije), a lanci zaključivanja su se ispostavili kao jedan od načina da se ove nesavršenosti prevladaju. Iako je Mil tvrdio da je jedina svrha lanaca zaključivanja da: „proširuju indukcije zasnovane na opaženim slučajevima, kao što sve indukcije i moraju biti, na slučajeve koje ne možemo neposredno opaziti“¹⁵, ono sa čime se oni susreću nisu univerzalni proble-

¹³ Courtney, W., *The Metaphysics of John Stuart Mill*, C. Kegan Paul & Co., London, 1879., str. 117

¹⁴ Mill, J. S., *A System of Logic Ratiocinative and Inductive, volume I*, str. 213

¹⁵ *Ibid.*, str. 209

mi valjanosti zaključivanja već individualni problemi koji su karakteristični za ljudske psihološke sposobnosti, kakvo je pamćenje. Zbog toga ti lanci pre pripadaju nekakvoj psihološkoj analizi svesti, a njihov najdalji logički domet sastoji se u eksplicitnom formiranju stava da svako induktivno zaključivanje funkcioniše po principu oznaka oznaka, a da se na kraju svako znanje koreni u pojedinačnostima.

Kako su u takvim okolnostima moguće matematičke nauke? Mil je počeo od tradicionalnog opisa matematike kao nauke koja do svojih saznanja dolazi strogim deduktivnim izvođenjem istina iz jednog unapred determinisanog skupa definicija i aksioma. Međutim, u njegovom sistemu logike deduktivni metod nikako ne može služiti kao deo kreativnog naučnog postupka – dedukcijom se ne stiče nikakvo novo znanje, već se ono postojeće izražava na shvatljiviji način. Svaki postupak dedukcije podrazumeva da je prethodno već sprovedena indukcija do novog saznanja, i ne postoji razlog zbog čega bi to u nauci matematike bilo drugačije. Ali, nije samo matematički metodski postupak doveden u pitanje, već i njegovo izvoriste – svaka indukcija (time i dedukcija) eventualno koreni u empirijski opaženim pojedinačnostima. Apstraktne definicije se u Milovom sistemu ne mogu uzimati kao polazna tačka, jer mišljenje o njima vodi isključivo razmatranju o značenju reči. Postulati i aksiomi kao fundamentalni iskazi su u izvesnoj meri zadržali svoju nekadašnju ulogu, ali ne i prirodu. Mil je razvijao svoje shvatanje matematike kroz pokušaje da pruži odgovore na suštinska pitanja: kako pomiriti shvatanje matematike kao deduktivne nauke sa tezom da je svako naučno znanje zasnovano na indukciji? Kakva je to matematička indukcija, koja su joj polazišta i pretpostavke i zbog čega se razlikuje od indukcija drugih nauka? Kako se ovakva matematika uklapa u ostatak logičkog sistema saznanja, pogotovo spram pitanja fundamentalnosti i egzaktnosti matematičke nauke?

Odgovor na prvo pitanje podrazumeva i razumevanje istorijskog razvoja nauka. Prvo treba prepoznati da suprotnost ne postoji na liniji odnosa deduktivno-induktivno, već deduktivno-eksperimentalno – ako neka nauka ispoljava deduktivni karakter, to ne znači da je ona time manje induktivna, naprotiv, nijedna nauka ne može se udaljiti od svojih izvora; ali sasvim je primetno da one nauke koje sve više primenjuju deduktivni postupak ujedno mnogo manje saznanja dobijaju eksperimentalnim putem (i obrnuto). Taj odnos, po Milu, zapravo predstavlja jedan povesni proces – svaka nauka u svom istorijskom početku bila je eksperimentalna, i kako je, s vremenom, proširivala korpus svog znanja, time je ujedno pronalazila sve više opštih oznaka za grupe pojedinačnih stvari, a nakon tih oznaka i oznake samih oznaka i tako dalje, što je sve doprinosilo tome da te nauke imaju ne samo mogućnost, nego čak i potrebu da se okrenu deduktivnom načinu razmišljanja. Kako ograničeni ljudski um nije u stanju da odjednom u sebi drži celokupno eksperimentalno saznanje istorije jedne nauke, upotreba oznaka oznaka, a potom i njihovo valjano deduktivno razumevanje bilo je jedino moguće rešenje. Efektorom ovakvih promena može se smatrati matematička nauka broja. Ona služi kao model spram kog se upravljaju sve ostale nauke na svom putu od eksperimentalnog saznavanja do deduktivnog zaključivanja. Nauka broja se bavi veličinama, a broj, to jest brojnost je univerzalna osobina apsolutno svih stvari, čime kategorija kvantiteta postaje zajednička kategorija svih nauka zato što se svaki kvalitet ili promena istog mogu izraziti u formi broja ili funkcije. Mil je kao najbolji primer toga naveo Dekartovu

geometriju, premda je on u njoj video jednosmerno svodenje geometrije na algebru, dok o geometrizaciji algebre nije bilo ni reči.

Druga odredba matematičkog mišljenja o kojoj je Mil morao da položi račune jeste njegova egzaktnost. Ukoliko i matematičko znanje počiva na procesu indukcije, koja se svodi na uspostavljanje veza između pojedinačnih opažaja, kako jedna takva nauka može da polaže pravo na nužnu istinitost i nepogrešivost svojih znanja? Milov odgovor je bio da ona to nikako ne može, i da je matematička nužnost, uprkos svoj sofisticiranosti i razvijenosti matematike kao nauke, samo jedna iluzija, koja se koreni u onoj prećutnoj pretpostavci usled koje takozvane „geometrijske definicije“ uopšte nisu definicije. Upravo u slučaju geometrije se smatra da su svi njeni stavovi nužni zato što se strogo izvode iz prvih definicija, a na osnovu postulata, te stoga nikad ne mogu biti drugačiji. Međutim, Mil je smatrao da se takvi zaključci ne mogu izvesti iz definicija i postulata koji govore isključivo o idealnoj mogućnosti geometrijskih entiteta, već samo iz nepravih, geometrijskih definicija, u kojima se, pored značenja reči, prećutno nalazi i postulat o postojanju realne stvari koja se sa tom definicijom slaže. Iluzija apstraktne egzaktnosti matematičkog znanja potiče od toga što su percepcije koje leže u osnovi sve matematike toliko fundamentalne i sveprisutne, da ne postoji nauka sa čijim se osnovama češće susrećemo, te ih, samim tim, i najbolje i najtemeljitiše usvajamo, bili mi svesni toga ili ne.

Međutim, nov problem se ovim javio u Milovoj teoriji: ako pravim definicijama u matematici ne odgovaraju nikakvi predmeti, kako uopšte može da postoji nauka koja nema svoj predmet? Milovo rešenje se sastojalo u tome da čitavu nauku matematike proglasi za hipotetičku nauku. U tom smislu, svaki matematički iskaz i svaku matematičku definiciju mora da prati ili prećutni stav o postojanju odgovarajućeg predmeta, ili tvrdnja „kada bi takav predmet postojao“. Takav hipotetički okvir je, sa jedne strane, čvrsto utemeljen u realnim činjenicama (jer bi u suprotnom matematika bila nauka ni o čemu), dok sa druge strane omogućava slobodu nužnosti time što se neke od okolnosti tih činjenica mogu apstraktno ili naglasiti ili zanemariti; time matematičar može da izoluje jednu posebnu osobinu ili odnos i u potpunosti mu posveti svoju pažnju, sve bez straha da će pri tome izgubiti bilo kakvu povezanost sa stanjem stvari u okolnom svetu. Dakle, prave matematičke „definicije“, kao i zaključci koji iz njih proizilaze imaju svoje mesto u Milovom sistemu logike samo kao hipotetička znanja.

Matematički aksiomi po svojoj prirodi nisu svodivi na prve definicije, već predstavljaju prve iskaze od kojih se u matematičkim naukama polazi. Da li su i aksiomi isto tako hipotetični? Mil je smatrao da ne moraju biti, s obzirom na to da je osnova njihovog postojanja upravo u tome što oni predstavljaju izvorne eksperimentalne istine. Iako može da izgleda da su aksiomske tvrdnje takve da ne zahtevaju, niti dozvoljavaju, neposrednu empirijsku potvrdu, jer njihovo važenje premašuje domet bilo kakvih opažajnih „eksperimenata“, Mil je ipak tvrdio suprotno, odnosno da je svako „čisto umsko“ razmatranje matematičkih aksioma „samo izmešten eksperiment u kom zamišljene linije dolaze na mesto stvarnih, a figura se konstruiše u umu umesto na papiru. Uobrazilja vrši ulogu dijagrama na papiru“¹⁶. Aksiomske istine su samo sveprisutne eksperimentalne istine, i sa njima se čovek susreće čim počne da primećuje čulne nadražaje,

¹⁶ Taine, H., *A Study on John Stuart Mill*, str. 44

te se oni godinama i godinama usvajaju, a dugogodišnje ponavljanje samo doprinosi stvaranju utiska o apsolutnoj nužnosti tih znanja. Ali, ako su aksiomi prve eksperimentalne istine, zar to ne znači da bi ih trebalo biti više, to jest, zar time i sama matematička nauka ne bi trebala da se posveti eksperimentalnom radu? Mil se sa ovakvom tezom potpuno slagao, jer za njega je eksperiment uvek bio metoda valjane spoznaje, bez obzira na to da li je samo misaoni ili je izvršen u realnom svetu – „geometrijske osobine mogu se proučavati na polju mentalnog gledanja podjednako tačno kao i na polju stvarnog gledanja“¹⁷.

Usvajanjem stava da su aksiomi prve eksperimentalne istine otvaraju se nove nesuglasice: kako jedna eksperimentalna istina može da ponese epitet samoočevidnosti, odnosno nužne istinitosti? Tim povodom Mil je postavio kontrapitanje: šta uopšte znači biti nužno istinito? Skoro bez izuzetka se smatra da je nešto „nužno istinito“ onda kada ono ne može biti drugačije nego što trenutno jeste, kada je i sama pomisao o njegovoj negaciji ne samo netačna, nego i protivrečna. Međutim, za Mila to nije nikakvo određenje nužnosti, jer (ne)mogućnost poimanja nečega ponajmanje ima veze sa time šta je ta stvar po sebi, već je u celosti određena asocijacijama koje potiču iz našeg iskustva. Mi, istina, možemo da zamislimo mnoge stvari koje nismo *konkretno* iskusili (na primer, jednoroga), ali samo na osnovu nekakvog *modela* na kom smo zasnovali tu misao. Stvari koje su za nas nezamislive su one koje još nismo bili u prilici da iskusimo, niti poznajemo bilo kakav adekvatan model da to nadomestimo, što će reći da, ako nešto ne možemo da zamislimo, to ne znači da jednog dana nećemo moći. Samim tim, argument o nužnosti na osnovu nemogućnosti mišljenja suprotnosti nije nikakav valjan logički argument. Nužnost koja prati sve matematičke stavove je samo uslovna, u smislu da važi jedino u slučaju da su početni (hipotetički) stavovi matematike ispravni, a ne zato što su svi matematički stavovi nužni po sebi.

Postavljanjem pitanja da li su i aksiomi (kao i geometrijske definicije) u svojoj biti hipotetički, Mil je otvorio novo opšte pitanje, a to je pitanje specifičnosti matematičkih nauka u odnosu na sve ostale. Konkretno, o aksiomima Mil je rekao: „Aksiomi su klasa, i to najuniverzalnija klasa indukcija iz iskustva; najjednostavniji i najlakši slučajevi uopštavanja iz činjenica koje smo dobili putem naših čula ili naše unutrašnje svesti“¹⁸, te se u tom pogledu čini da su aksiomi po svojoj prirodi objektivniji od definicija koje su „uopštavanja iz iskustva, koja nisu čak, tačno govoreći, ni istinita“¹⁹. Međutim, aksiomi predstavljaju stavove koji izražavaju fundamentalne odnose koje opažamo u iskustvu, dok definicije određuju kakvi su to predmeti koji bi (u okvirima matematičke nauke) ulazili u te odnose. Tako neki aksiom može u svojoj opštosti biti sasvim objektivno utemeljen, ali dokle god se njime konkretno iskazuje odnos između dva hipotetička objekta, i sam odnos ostaje hipotetički. Drugim rečima, matematički aksiomi su objektivni utoliko što potiču iz našeg iskustva, gde su oni izraz odnosa realno postojećih predmeta; već na polju matematike, ti predmeti su hipotetični. Jasno nam je da to

¹⁷ *Ibid.*, str. 45

¹⁸ Mill, J. S., *A System of Logic Ratiocinative and Inductive, volume I*, str. 252

¹⁹ *Ibid.*, str. 252

važi za nauku geometrije, ali da li je to istinito i za aritmetiku? Da li su sve deduktivne nauke zapravo hipotetičke?

Predmet aritmetike je broj, ali za razliku od geometrije, u kojoj uvek imamo makar mentalni dijagram, u aritmetici (i algebri) nemamo ništa slično. Broj je osobina, i to univerzalna osobina koju poseduju sve stvari – kvantitet. U aritmetici, svaki broj je uvek broj „nečega“, premda može da bude broj bilo čega, dok algebra ide korak dalje, te konkretne brojeve zamenjuje simbolima, koji i dalje moraju biti brojevi nečega, ali mogu biti bilo koji brojevi bilo čega. Svi ti brojevi odnose se na realne stvari, te se u tom pogledu čini da predmeti aritmetike i algebre nisu hipotetički kao predmeti geometrije, već da, naprotiv, postoje stvarno i u svakoj stvari. Međutim, aritmetika i algebra, prema Milu, ipak sadrže nešto drugačiju pretpostavku koja u potpunosti određuje obe ove nauke. To je pretpostavka samerljivosti, odnosno pretpostavka da su svi brojevi brojevi iste jedinice, drugim rečima, da je svako 1 jednako bilo kom drugom 1. Jasno je da se u stvarnom svetu nikada ne može postići toliki stepen preciznosti, te stoga i ova pretpostavka, a sa njom i čitave nauke algebre i aritmetike, ostaju hipotetične. Iz toga je Mil zaključio da je celokupna matematika, i zapravo svaka druga deduktivna nauka, u svojoj suštini hipotetična, i da je to ono što ih sve odvajaa od drugih nauka.

ZAKLJUČAK

Iz svega navedenog se zaključuje da, izuzev ove ograničavajuće osobine hipotetičnosti, matematičke nauke u Milovom sistemu logike ne zauzimaju nikakav poseban status spram drugih eksperimentalnih nauka. Ne postoji nikakva posebna matematička metoda, niti izuzetna matematička egzaktnost, čak nema smisla govoriti ni o matematičkoj fundamentalnosti u smislu apriornosti matematičkog saznanja. Matematika je fundamentalna nauka samo zato što se bavi odnosima koji postoje među apsolutno svim stvarnim predmetima, a ne zato što su te pravilnosti izraz apriornih istina koje su nužno i univerzalno istinite. Matematika se nalazi u osnovi svih nauka iz prostog razloga što sve ostale nauke, prilikom postupka indukcije iz iskustva, nailaze na iste pravilnosti kao i matematika; jedina razlika je u tome što ove nauke te pravilnosti nalaze u njihovoj konkretnoj i pojedinačnoj datosti, dok se u nauci matematike one formulišu u hipotetičke i aproksimativne definicije i teoreme. To na kraju znači da su, u Milovoj interpretaciji, sve empirijske nauke objektivnije od same matematike, jer one tačnije iskazuju opšte odnose između stvari od same matematike, koja veoma retko, ako ikad, odgovara stvarnosti. Ali, treba imati na umu da Milov sistem logike nije sistem koji opisuje svo znanje, već sistem samo jednog modusa *saznanja*, a to je *saznanje indukcijom*. Ono što je Mil bio u stanju opisati i odrediti jesu specifični načini i metodologije kojima stičemo spoznaju o stvarnosti, ne, međutim, i to kakvo je i znanje koje je proizvod te spoznaje. Zbog toga je Mil svoju pažnju najviše usmerio na sam proces dolaženja do saznanja, bilo da je u pitanju formiranje propozicija iz primitivnih opažaja, ili dolaženje do istinitih zaključaka putem adekvatne argumentacije. Njegov sistem logike stoga nije sistem formalne logike, koja se bavi valjanošću zaključivanja nezavisno od sadržaja saznanja, već je jedna sadržajna logika u kojoj je, pored forme, neophodno

znati bar poreklo sadržaja saznanja. Ova usmerenost na konkretno sa sobom je povlačila nužnu posledicu da je Milov sistem logike u velikoj meri fokusiran na saznavajućeg subjekta, jer konkretno saznanje zahteva postojanje konkretne saznavajuće svesti u kojoj će se to saznanje odigrati. Milova logika je, onda, nužno morala biti praćena mnogobrojnim psihologističkim momentima, što je samo dodatno ograničavalo njene domete kao sistem. Ta ograničenost se najviše očitovala u Milovom shvatanju matematičkih nauka, i upravo je ta problematika psihologizma bila glavni oslonac za Fregeovu kritiku Milove filozofije matematike.

Milova teorija spada među najradikalnije empirističke teorije, te je, shodno svojim radikalnim osnovama, podstakla mnogobrojne, često podjednako radikalne kritike. Izraziti, pa čak isključivi naglasak na iskustvenoj osnovi sveg znanja kakav nalazimo u Milovoj filozofiji svoje ograničenje nalazi upravo u svojoj apsolutnosti. Shodno tome, Ten je izneo generalnu primedbu da je u Milovom sistemu zanemarena značajna moć ljudskog duha – moć apstrahovanja. Doista, bilo kakva opštost u Milovom učenju transformisana je u nominalnu opštost, u semantiku, u pripisivanje znakova. „Postoji delatnost, različita od iskustva, koja redukuje umesto što dodaje; koja sebe posvećuje, umesto sticanju, onome što je već stečeno, a što, prevazilazeći ono posmatrano, otvara novo polje za nauke, definiše njihovu prirodu, određuje njihov napredak, zaokružuje njihove izvore i ukazuje na njihov kraj“²⁰. Definicije, za Tena, nisu bile samo načini imenovanja stvari, jer stvari su se mogle istaći i na druge načine – opisima koji, iako jedinstveni, sami nisu suštinski, već iz suštine izvedeni; definicija nije samo verbalna zato što ističe osobinu predmeta iz koje se izvode sve njegove druge osobine, a koja, opet, sama nije ni iz čega izvedena²¹. Takođe, Ten je kritikovao i Milovu redukciju matematičkog mišljenja na predstavnici eksperiment: „Mi možemo sebi predstaviti prave u našoj uobrazilji, ali takođe možemo o njima i da stvorimo pojam u našem razumu. Možemo proučavati ili njihov oblik ili njihovu definiciju“²². Njegova kritika u nekim momentima postaje toliko subverzivna, da sam postupak indukcije biva nazivan rezultatom moći apstrahovanja²³. Naravno, ishodište Tenove kritike je pretpostavka o mogućnosti postojanja istinski opštih stavova, što je nešto sa čim se Mil nipošto ne bi složio, jer za njega je svako rezonovanje bilo rezonovanje od pojedinačnosti ka pojedinačnostima.

Najzad, neka od najkonkretnijih osporavanja Milove „empirijske matematike“ došla su iz nefilozofskih krugova. „Otkriće neeuklidskih geometrija, rekonstrukcija matematičke analize od strane Vajerštrasa i ostalih, i preoblikovanje aritmetike u odeljak formalne logike ubrzo su onemogućili da se Milovo psihologizovano viđenje matematike shvati bilo kako drugačije nego kao beznadežno i zastarelo pojednostavljivanje“²⁴. Razvoj matematike u 19. i 20. veku učinio je prihvatljivom ideju gradacije apstraktnosti matematičkih oblasti i teorija, pri čemu upravo one „najapstraktnije“ oblasti predsta-

²⁰ Taine, H., *A Study on John Stuart Mill*, str. 103

²¹ *Ibid.*, str. 106

²² *Ibid.*, str. 111

²³ *Ibid.*, str. 116

²⁴ Nagel, E., *Introduction*, u: *J. S. Mill's Philosophy of Scientific Method*, Hafner Publishing Co., New York, 1950., str. xivi

vljaju najbolji argument protiv Milove pozicije. Iako su filozofska pitanja o ontološkom statusu matematičkih objekata i izvoru matematičkog znanja i dalje legitimna pitanja, podrazumeva se razlikovanje opšteg zasnivanja matematike od individualnog, subjektivnog usvajanja matematičkog znanja, gde je ovo prvo isključivo predmet filozofije matematike.

LITERATURA

Charles, Douglas, *John Stuart Mill; a Study of his Philosophy*, William Blackwood and Sons, Edinburgh, 1895.

Courtney, William, *The Metaphysics of John Stuart Mill*, C. Kegan Paul & Co., London, 1879.
Hegel, Georg Vilhelm Fridrih, *Istorija filozofije III*, Kultura, Beograd, 1970.

Mill, John Stuart, *A System of Logic Ratiocinative and Inductive, volume I*, University of Toronto Press, Toronto, 1974.

Nagel, Ernest, *Introduction*, u: *J. S. Mill's Philosophy of Scientific Method*, Hafner Publishing Co., New York, 1950.

Nil, Vilijam i Marta, *Razvoj logike*, Jasen, Beograd, 2011.

Stebbing, William, *Analysis of Mr. Mill's System of Logic*, Longmans, Green, and Co., London, 1888.

Taine, Hippolyte, *A study on John Stuart Mill*, Williams and Norgate, London, 1873.

GORAN RUJEVIĆ
Novi Sad

LOGICAL ELEMENTS OF J. S. MILL'S EMPIRICAL MATHEMATICS

Abstract: This article examines the relation between logical and mathematical elements in the empiristic doctrine of John Stuart Mill, as it is expounded in his *System of Logic*. With his understanding of logic as the science of human scientific knowledge based on experience, Mill substituted the idea of a general notion with the idea of a particular name and its connotative and denotative definition, and superimposed inductive over deductive reasoning, asserting the former as a prerequisite of the latter. Establishing the particular as basis of all knowledge facilitates the reevaluation of the status of mathematical knowledge. In Mill's system, mathematical definitions are just hypothetical names and mathematical postulates are generalizations from all experience. Therefore, there can be no specific mathematical method, and mathematics may only be considered fundamental because it deals with relations that exist between all real objects, not because its laws are necessary and universal aprioristic truths.

Keywords: definition, empirism, induction, logic, mathematics, name

*Primljeno: 11.2.2013.
Prihvaćeno: 22.3.2013.*